Číselné soustavy

- co to jsou číselné soustavy
- rozdělení číselných soustav (poziční, nepoziční)
- obecný zápis čísla v poziční číselné soustavě
- binární a hexadecimální soustava
- nibl
- převody z desítkové do libovolné číselné soustavy, princip, příklad
- převod z libovolné číselné soustavy do desítkové, princip, příklad

10. Číselné soustavy

Číselná soustava

- číselná soustava je způsob reprezentace čísel
- zápis čísla dané soustavy je posloupností symbolů, které se nazývají číslice
- podle způsobu určení hodnoty čísla z dané reprezentace rozlišujeme dva hlavní druhy číselných soustav: poziční číselné soustavy a nepoziční číselné soustavy

Poziční číselné soustavy

- poziční soustavy jsou charakterizovány tzv. základem neboli bází (anglicky *radix*, značí se *r*), což je obvykle kladné celé číslo definující maximální počet číslic, které jsou v dané soustavě k dispozici
- v běžně používaných číselných soustavách se jednotlivé číslice zapisují za sebe, nijak se neoddělují

Decimální (desítková, dekadická) soustava

- základem je číslo 10 (r = 10), toto je pravděpodobně odvozeno od počítání s deseti prsty na rukou
- pro zápis čísel používá symboly 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- je dnes nejužívanější číselná soustava jak v běžném životě, tak ve vědě a technice

1000	100	10	1
10^3	10^2	10^1	10^0
4	2	8	6

$4286_D = 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4286_D$

Binární (dvojková) soustava

- základem je číslo 2 (r = 2)
- pro zápis čísel používá symboly 0 a 1
- používá se ve všech moderních digitálních počítačích a elektronice, neboť její dva symboly (0 a 1) odpovídají dvěma jednoduše rozdělitelným stavům elektrického obvodu (vypnuto a zapnuto), popřípadě nepravdivosti či pravdivosti výroku (false a true)

8	4	2	1
2^3	2^2	2^1	2^0
1	1	0	1

$1101_B = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_D$

Hexadecimální (šestnáctková) soustava

- základem je číslo 16 (r = 16)
- pro zápis čísel používá symboly 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15)
- písmena A - F představují (reprezentují) cifry s hodnotou 10 - 15
- díky jednoduchému vzájemnému převodu mezi šestnáctkovou a dvojkovou soustavou, se hexadecimální zápis čísel často používá v oblasti informatiky, například pro adresy v operační paměti počítače, pro zápis barvy v HTML kódu nebo IPv6 adresaci
- je to v podstatě zkrácená forma zápisu dvojkové soustavy

256	16	1
16^2	16^1	16^0
4	B	E

$4BE_H = 4 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 4 \cdot 256 + 11 \cdot 16 + 14 = 1214_D$

Další poziční číselné soustavy

- **Čtyřková** – polovina bajtu = 4 bity, 16 stavů (použití v osmibitových počítačích a packed BCD)
- **Sedmičková** – dny v týdnu
- **Osmičková** – (Oktalová) dříve se používala pro adresaci
- **Dvanáctková** – hodiny (dříve též jednotka tucet)
- **Šedesátková** – nejstarší číselná soustava, snadná dělitelnost čísly 2,3,4,5,6, čas (sekundy) a geometrie (dříve též jednotka kopa)

Nibl

- nibl je polovina bajtu tj. 4 bity

Příklad:

- číslo *1010* 1101_B je číslo o velikosti 1B(bajtu) tj. 8b(bitů), z toho vyplývá, že je složeno ze dvou niblů
- první nibl je **1010** a druhý **1101**, nibl obsahuje 4 číslice, protože každá z číslic představuje(reprezentuje) 1 bit

Nepoziční číselné soustavy

- hodnota číslice není dána jejím umístěním v dané sekvenci číslic
- stačí sečíst hodnoty jednotlivých číslic
- výhody: jednoduché sčítání a odečítání
- nevýhody: dlouhý zápis čísel, neobsahuje symbol pro nulu a záporná čísla
- Římské číslice, Egyptské číslice, Řecké číslice, Etruské číslice

Příklad:

- Pokud: *A = 1, B = 10, C = 100, D = 1000*
- Pak: *AAB = 1 + 1 + 10 = 12; AABBBBBCCCCCDDD = 3542*

Římské číslice

- způsob zápisu čísel pomocí písmen abecedy
- dnes se tento způsob zápisu čísel používá jen výjimečně
- pro snazší zapamatování se dají používat mnemotechnické pomůcky jako např. **I**van **V**edl **X**énii **L**esní **C**estou **D**o **M**ěsta (nebo **I**van, **V**ašek, **X**énie **L**ijí **C**ín **D**o **M**umie), kde první písmena určují jak jdou římské číslice po sobě

Znak	Hodnota
I	1
IV	4
V	5
IX	9
X	10
XL	40
L	50
XC	90
C	100
CD	400
D	500
CM	900
M	1000

Převody mezi soustavami

Převodní tabulka

Dec	Hex	Bin
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011

12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Převody z desítkové soustavy

- postupně celočíselně dělíme základem cílové soustavy, dokud nedojdeme k hodnotě nula, přičemž zbytky po dělení v opačném pořadí představují hodnoty číslic v cílové soustavě

Desítková -> Binární

- dělíme dvojkou
- provádíme celočíselné dělení => dělením lichých čísel nám vznikne zbytek

59_D = 111011_B

59_D	59:2 = 29	29:2 = 14	14:2 = 7	7:2 = 3	3:2 = 1	1:2 = 0
zbytek	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**

POZOR !!!

- zbytky se zapisují zprava

Malá čísla převedeme z hlavy:

- rychlejší způsob než rozepisování, ikdyž možná trochu obtížnější na pochopení

13_D = 1101_B

- jelikož víme, že 13 < 16 a 16 (2^4) je číslo o velikosti 5 bitů, budeme postupovat následovně
  - 1.) *osmička se do třináctky vejde -> 13 - 8 (2^3) = **5** -> zapíšeme 1 (**1**)*
  - 2.) *čtyřka se do pětky vejde -> 5 - 4 (2^2) = **1** -> zapíšeme 1 (**11**)*
  - 3.) *dvojka se do jedničky nevejde -> 1 < 2 (2^1) -> zapíšeme 0 (**110**)*
  - 4.) *jednička se do jedničky vejde -> 1 - 1 (2^0) = **0** -> zapíšeme 1 (**1101**)*
  - 5.) *máme výsledek **1101_B***

9_D = 1001_B

- jelikož víme, že 9 < 16 a 16 (2^4) je číslo o velikosti 5 bitů, budeme postupovat následovně
  - 1.) *osmička se do devítky vejde -> 9 - 8 (2^3) = **1** -> zapíšeme 1 (**1**)*
  - 2.) *čtyřka se do jedničky nevejde -> 1 < 4 (2^2) -> zapíšeme 0 (**10**)*
  - 3.) *dvojka se do jedničky nevejde -> 1 < 2 (2^1) -> zapíšeme 0 (**100**)*
  - 4.) *jednička se do jedničky vejde -> 1 - 1 (2^0) = **0** -> zapíšeme 1 (**1001**)*
  - 5.) *máme výsledek **1001_B***

Desítková -> Hexadecimální

- dělíme šestnáctkou
- provádíme celočíselné dělení

$175_D = AF_H$

175_D	175:16 = 10	10:16 = 0
zbytek	15	10
zbytek	**F**	**A**

POZOR !!!

- zbytky se zapisují zprava

Převody do desítkové soustavy

- sčítáme hodnoty součinů jednotlivých číslic se základem zdrojové soustavy umocněným na pořadové číslo pozice číslice zprava počítáno od nuly

Binární -> Desítková

- Sčítáme mocniny dvojky vynásobené hodnotami binárních číslic

$111011_B = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = \mathbf{59_D}$

Hexadecimální -> Desítková

- sčítáme mocniny šestnácky vynásobené desítkovými hodnotami šestnáctkových číslic

$ABCDEF_H = 10 \cdot 16^5 + 11 \cdot 16^4 + 12 \cdot 16^3 + 13 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = \mathbf{11259375_D}$

$6C_H = 6 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 96 + 12 = \mathbf{108_D}$

Převody mezi dvojkovou a šestnáctkovou soustavou

Binární -> Hexadecimální

- převádíme z hlavy převodem po čtveřicích binárních číslic – tzv. NIBL (čtveřici sestavujeme zprava)

$10111000010100 1101_B = 2E14D_H$

Bin	10	1110	0001	0100	1101
Dec	2	14	1	4	13
Hex	2	E	1	4	D

Hexadecimální -> Binární

- převádíme z hlavy po jednotlivých číslicích a vzniknou nibly. Ty řazeny za sebou dávají výsledné binární číslo

$AB37_H = 1010101100110111_B$

Hex	A	B	3	7
Dec	10	11	3	7
Bin	1010	1011	0011	0111